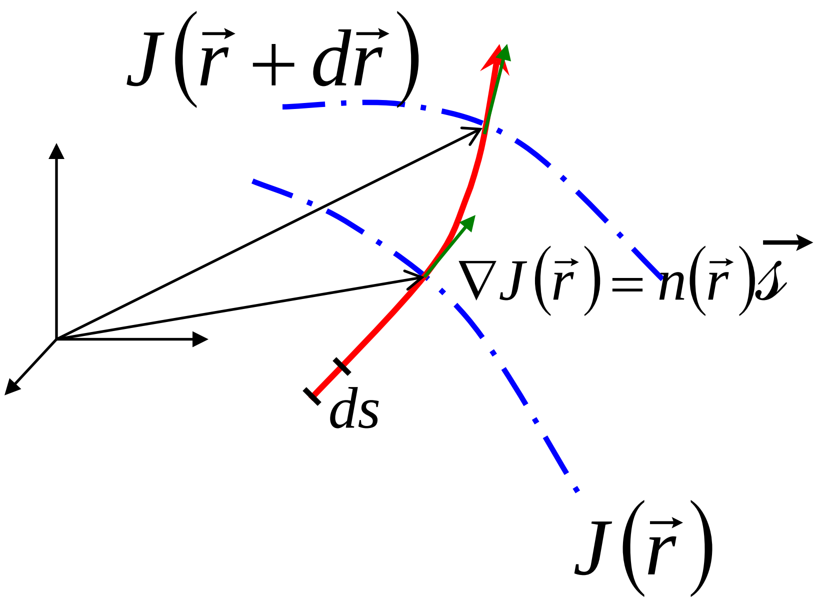
Optyka – kurs wyrównawczy optyka geometryczna ośrodków gradientowych

2011 r.

Podstawy:

Było: równanie eikonału: $\left|\nabla J\left(\vec{r}\right)\right| = n\left(\vec{r}\right)$

Można też stosować równanie promienia:



$$\frac{d}{ds}\left[n\left(\vec{r}\right)\frac{d\vec{r}}{ds}\right] = \frac{d}{ds}\left[n\left(\vec{r}\right)\vec{s}\right] = \nabla n\left(\vec{r}\right)$$

1. Zawsze dobrze sprawdzić, czy w przypadku szczególnym też jest OK.:

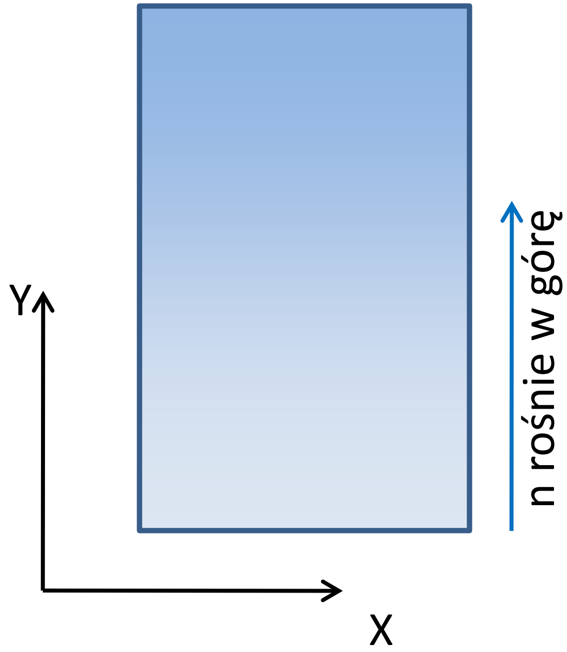
$$n\left(\vec{r}\right) = n = const. \quad \Rightarrow \quad \nabla n\left(\vec{r}\right) = 0$$

$$\frac{d}{ds}\left[n\left(\vec{r}\right)\frac{d\vec{r}}{ds}\right] = n\frac{d^2\vec{r}}{ds^2} = 0 \Rightarrow \frac{d\vec{r}}{ds} = \vec{A} = const.$$

$$\vec{r} = \vec{A}\cdot s + \vec{B}$$

Przykład 2: n zmienia się w jednym kierunku

$$n(Y) = n_0 + n_1 Y$$



$$n(\vec{r}) = n(Y)$$

Równanie promienia po składowych:

$$\frac{d}{ds}\left[n(Y)\mathcal{J}_x(Y)\right] = \frac{\partial n(Y)}{\partial x} = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathcal{J}_x(Y) = \frac{C_1}{n(Y)}$$

$$\frac{d}{ds}\left[n(Y)\frac{dY}{ds}\right] = \frac{\partial n(Y)}{\partial y} = n_1$$

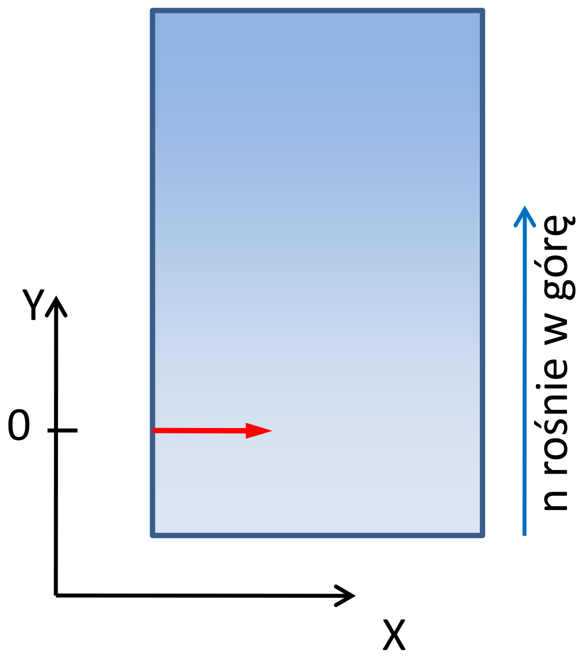
$$\boxed{(n_0 - n_1 Y)\frac{dY}{ds} = n_1 \cdot s + C_2}$$

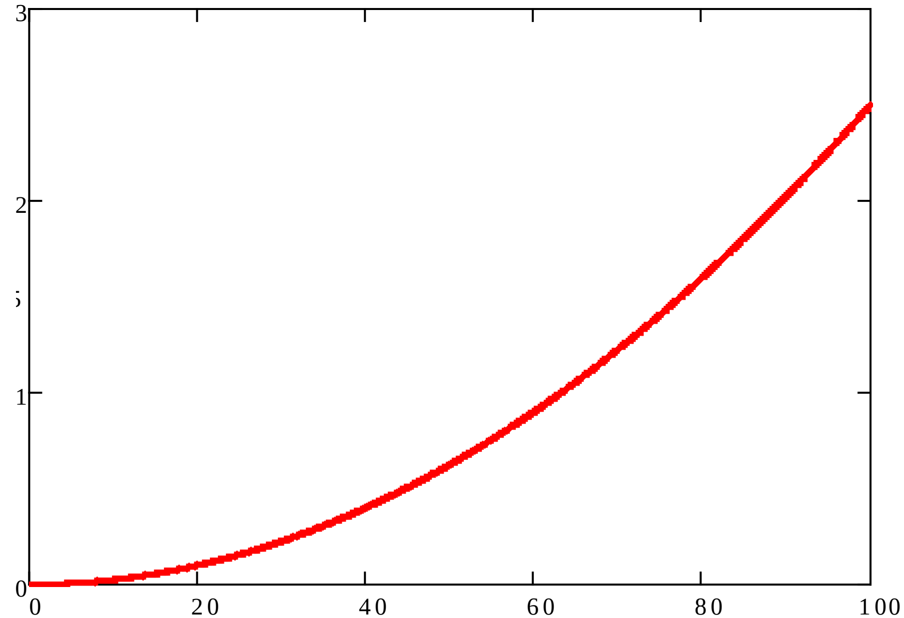
$$\int (n_0 - n_1 Y) dY = \int (n_1 \cdot s + C_2) ds$$

$$n_0 Y - \frac{n_1}{2} Y^2 = \frac{n_1}{2} \cdot s^2 + C_2 s + C_3$$

Przykład 2: n zmienia się w jednym kierunku

$$n(Y) = n_0 + n_1 Y$$





$$X(s=0) = 0; \quad Y(s=0) = 0$$

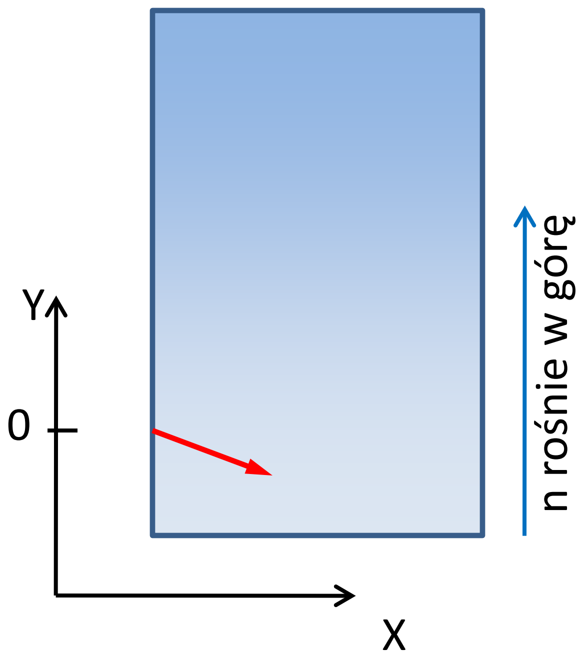
$$\mathcal{J}_x\left(Y(s=0)\right) = 1; \quad \mathcal{J}_y\left(Y(s=0)\right) = 0$$

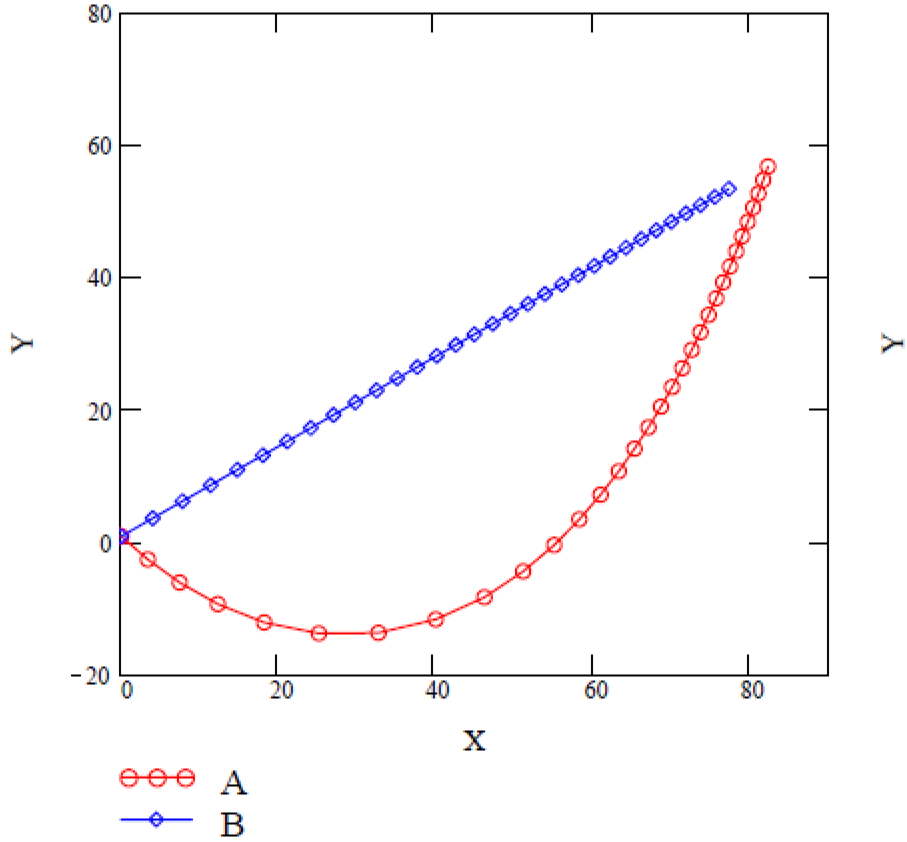
$$C_1 = \mathcal{J}_x\left(Y(s=0)\right) \cdot n\left(Y(s=0)\right) = 1 \cdot n_0$$

$$C_2 = C_3 = 0; \quad Y(s) = \frac{n_0}{n_1}\left[\sqrt{1 + \left(\frac{n_1}{n_0}\right)^2 s^2} - 1\right] \quad X(s) = \frac{n_0}{n_1}\ln\left[n_1 s + \sqrt{n_0^2 + n_1^2 s^2}\right]$$

Przykład 2: n zmienia się w jednym kierunku

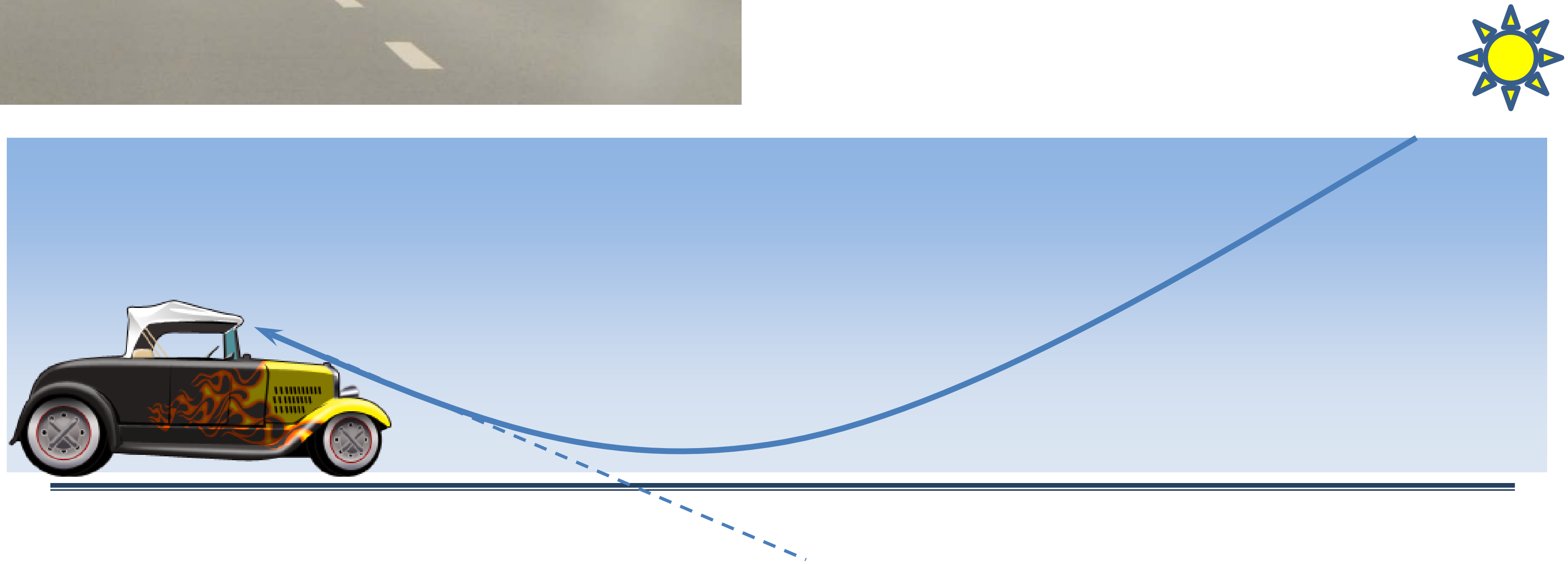
$$n(Y) = n_0 + n_1 Y$$



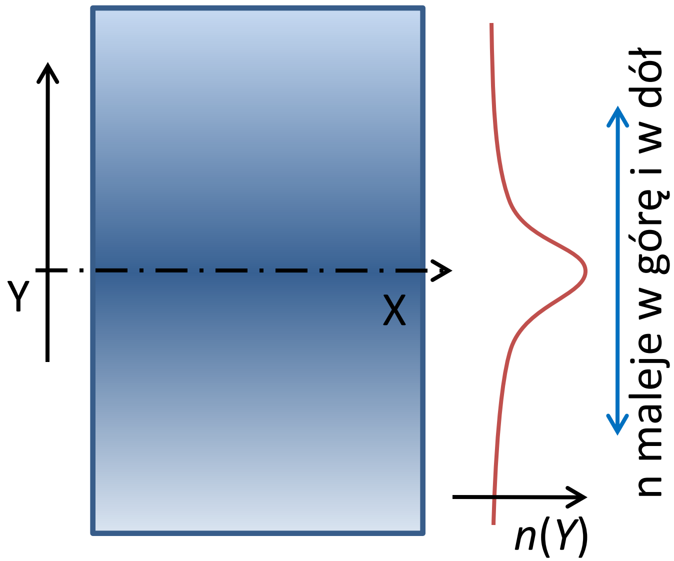


A – rzeczywisty promień światła – odcinki pokonywane w jednakowych odstępach czasu
B – hipotetyczny, prostoliniowy promień światła, odcinki pokonywane w takich samych odstępach czasu

Przykład 2: n zmienia się w jednym kierunku - miraż



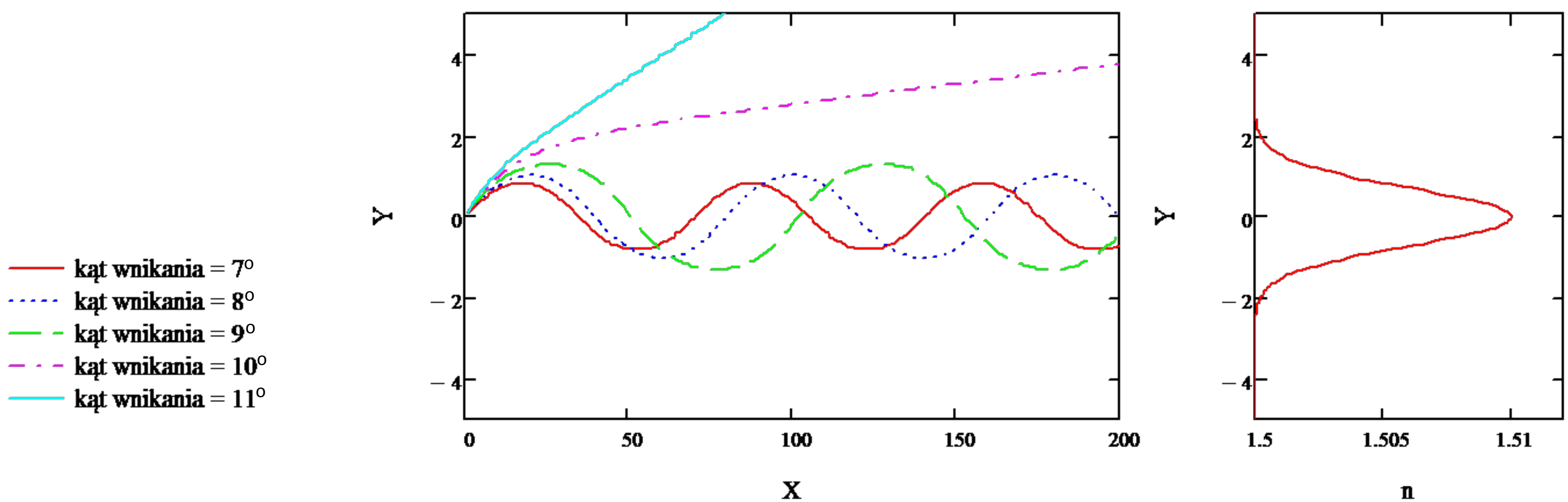
Przykład 3: n maleje od osi (jakoś)



Równanie promienia po składowych:

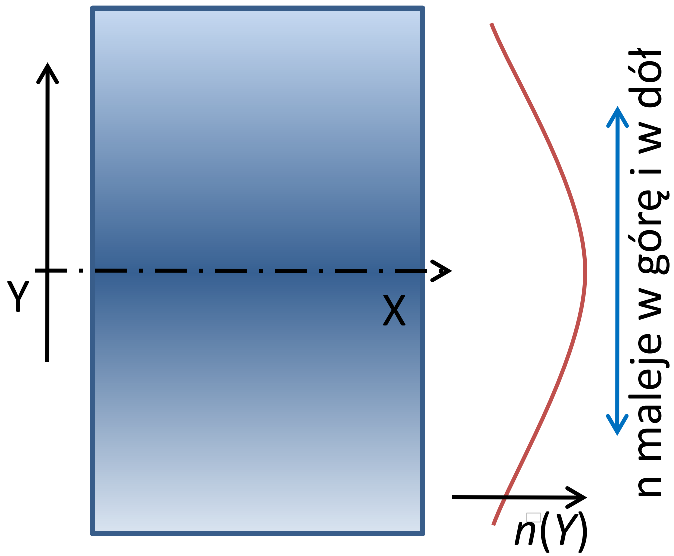
$$\frac{d}{ds}\left[n(Y)\mathcal{J}_x(Y)\right]=\frac{\partial n(Y)}{\partial x}=0 \quad \Rightarrow \quad \mathcal{J}_x(Y)=\frac{C_1}{n(Y)}$$

$$\frac{d}{ds}\left[n(Y)\frac{dY}{ds}\right]=\boxed{n'(Y)\left(\frac{dY}{ds}\right)^2+n(Y)\frac{d^2Y}{ds^2}}=\frac{\partial n(Y)}{\partial y}=\boxed{n'(Y)}$$



Przykład 4: n maleje od osi jak y^2:

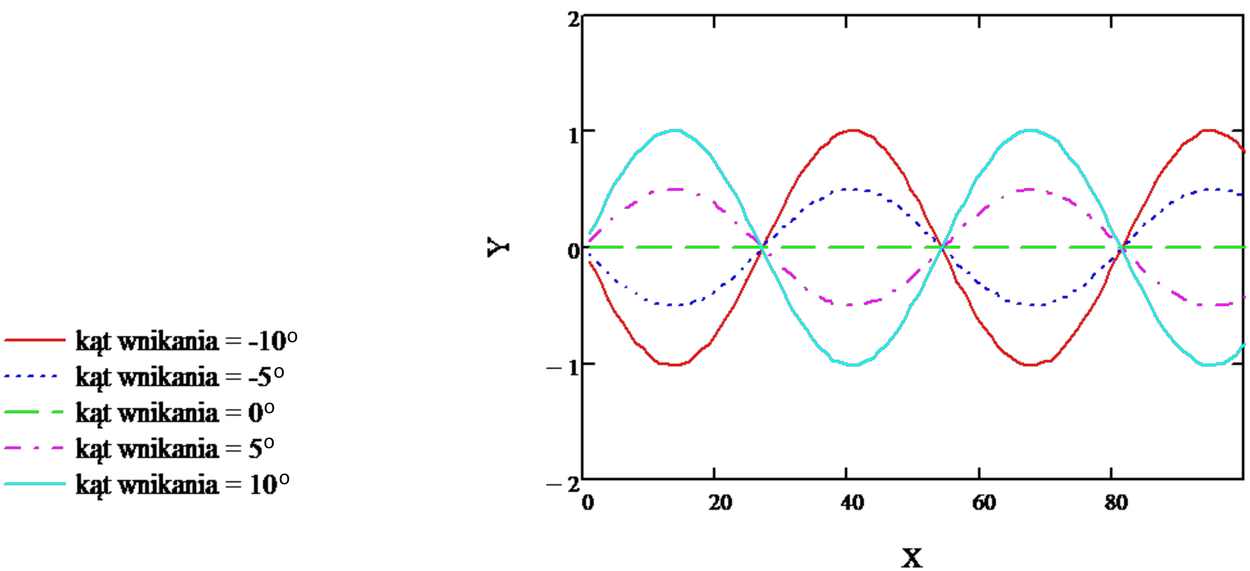
$$n(Y) = n_0 - \frac{n_1}{2} Y^2$$

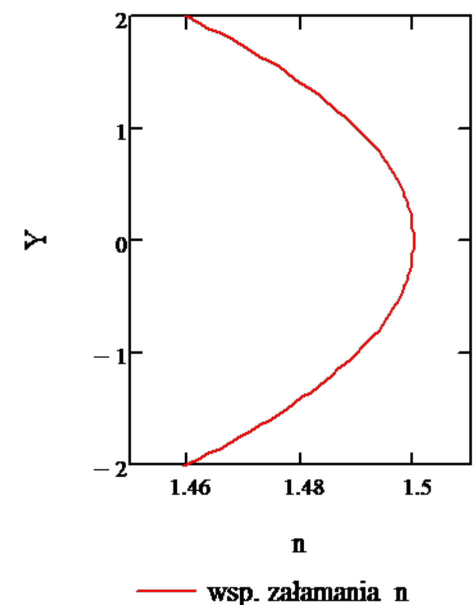


Równanie promienia po składowych:

$$\frac{d}{ds}\left[n(Y)\mathcal{J}_x(Y)\right] = \frac{\partial n(Y)}{\partial x} = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathcal{J}_x(Y) = \frac{C_1}{n(Y)}$$

$$\frac{d}{ds}\left[n(Y)\frac{dY}{ds}\right] = n'(Y)\left(\frac{dY}{ds}\right)^2 + n(Y)\frac{d^2Y}{ds^2} = \frac{\partial n(Y)}{\partial y} = n'(Y)$$

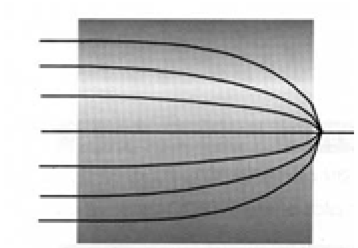




Przykład 4: n maleje od osi jak y^2:

$$n(Y) = n_0 - \frac{n_1}{2} Y^2$$

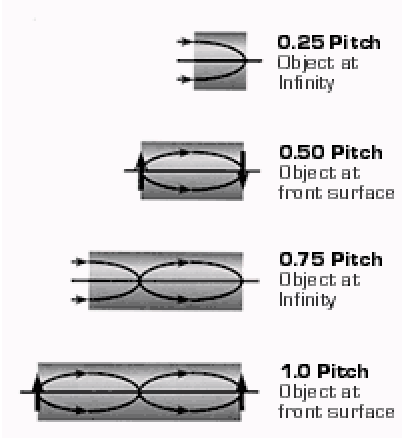
Zastosowanie: soczewka gradientowa GRIN



Profile of SELFOC GRIN Lens

Jeżeli kąty wnikania są małe,
promień biegnie po sinusie,
a okres oscylacji (Pitch) wynosi:

$$L = 2\pi \sqrt{\frac{n_0}{n_1}}$$



Pitch Concept of SELFOC GRIN Lens